BRZOZA SMOLEŃSKA - ASPEKTY WYTRZYMAŁOŚCIOWE STRUKTURY SKRZYDŁA SAMOLOTU TU-154

Jan Błaszczyk

Abstract

In the paper the characteristic and operation of wing airframe were presented. A wing airframe computational model in birch-tree contact cross-section was proposed. A force system acting on wing airframe in critical moment was described. A breaking forces were determinated. A structural statics analysis of an airframe were carried out.

Keywords – aviation structure, loads wing, numerical investigations.

Streszczenie

Streszczenie Podano charakterystykę i pracę układu wytrzymałoś-ciowo-konstrukcyjnego skrzydła. Zaproponowano model obliczeniowy struktury skrzydła w przekroju kontaktu z brzozą. Sformułowano układ obciążeń działających na skrzydło w momencie krytycznym, w tym wyznaczono obciążenia niszczące konstrukcję. Analizy wykonano w zakrosie statyki konstrukcję. zakresie statyki koństrukcji.

Słowa kluczowe – struktura lotnicza, obciążenia skrzydła, analiza numeryczna.

1. WPROWADZENIE

Celem pracy jest próba odpowiedzi na pytanie: co się stało z konstrukcją skrzydła podczas kontaktu (uderzenia) w brzozę? By na to pytanie odpowiedzieć należy wyznaczyć układ obciażeń skrzydła tuż przed i w chwili zderzenia. Dalej, ustalić stan naprężeń w konstrukcji, w przyjętym modelu siłowym. W tym celu opracować matematyczny model obliczeniowy, zredagować i uruchomić programy z wykorzystaniem PC-ta. Ustalić siły niezbedne do ściecia brzozy. Wykonać odpowiednie analizv napreżeń konstrukcii.

1.1. Układ samolotu

Samolot zbudowano (oblot 1968 r) w konwencjonalnym układzie aerodynamicznym (Rys. 1). Dolnopłat ze skośnymi wyposażonymi skrzydłami w ruchome powierzchnie sterowe (sloty, klapy, interceptory i lotki). Skrzydła składają się z części centralnej (centropłata) i skrzydła doczepnego. Konstrukcja skrzydeł półskorupowa.

sterowania klasyczny. Usterzenia Układ skośne zbudowane w układzie T, usterzenie poziome mocowane do

Dr inż. Jan Błaszczyk, specjalista z zakresu obciążeń, wytrzymałości konstrukcji lotniczych i drgań statków powietrznych. Prowadził wykłady na kierunkach lotniczych w Wojskowej Akademii Technicznej, Politechnice Poznańskiej i Wyższej Szkole Zawodowej w Kaliszu. Obecnie na emeryturze. (e-mail: grot1940@tlen.pl).

konsoli usterzenia pionowego. Obydwa usterzenia klasyczne (statecznik plus ster), konstrukcja dźwigarowa.

Podwozie trójpodporowe, wciągane, z przednim punktem podparcia. Główne zabudowane w skrzydłach, przednie - w nosowej cześci kadłuba.

Zespół napędowy tworzą trzy silniki umieszczone w tylnej części kadłuba, dwa symetrycznie po jego bokach, trzeci - centralnie położony na kadłubie i integralnie związany z konstrukcją usterzenia (statecznika) pionowego. Łączny ciąg zespołu napędowego wynosi 3x10300 daN.



Rys. 1. Sylwetka bryły samolotu TUPOLEW Tu-154 i widoczne położenie dźwigarów wzdłuż cięciwy w dwóch przekrojach A-A i B-B skrzydła doczepnego [1].

1.2. Układ wytrzymałościowo-konstrukcyjny skrzydła

Strukturę wytrzymałościową skrzydła (Rys. 2 i Rys. 3), tworzą: trzy dźwigary oraz górne i dolne pokrycie wzmocnione wieloma (liczba zmienna wzdłuż rozpiętości skrzydła) podłużnicami. Dźwigary, w przybliżeniu są rozmieszczone: przedni na 12%, środkowy – 33% i tylny na 58% cięciwy skrzydła (Rys. 1).

Do dźwigarów skrajnych mocowane są ruchome powierzchnie sterowe, w które wyposażone jest skrzydło. Podstawowym elementem siłowym skrzydła jest struktura trójobwodowa (a w zasadzie dwuobwodowa), którą tworzą ścianki dźwigarów oraz powłoki skrzydła (górna i dolna) wzmocnione podłużnicami oraz obwód przedni (nosek). Podana struktura przenosi główne obciążenia ciągłe (normalne i styczne) oraz siły skupione w okuciach

ruchomych powierzchni sterowych (reakcje w podporach) oraz podwozia.

Geometria zdefiniowanej struktury jest zmienna wzdłuż rozpiętości zarówno co do wymiarów zewnętrznych jak i grubości (powierzchni) elementów składowych, lub ich liczby. Na przykład, grubość pokrycia, począwszy od płaszczyzny mocowania do swobodnego końca skrzydła, maleje liniowo.



Rys. 2. Układ wytrzymałościowo - konstrukcyjny skrzydła samolotu TUPOLEW Tu-154 [1]. Ważniejsze oznaczenia: 1 – centropłat; 2, 4, 6 – sloty; 5 - skrzydlo doczepne; 8 – lotka; 9 - kierownice aerodynamiczne; 10 ÷ 12 – interceptory; 16, 17, 18 - dźwigary (przedni, środkowy i tylny); N1 - N45 – numery żeberek.

1.3. Właściwości pracy konstrukcji skrzydła

Skrzydło samolotu Tu-154 stanowi typową przestrzenną konstrukcją cienkościenną. Składa się ona ze szkieletu i pokrycia. Szkielet tworzą elementy wzdłużne (podłużnice i dźwigary) i elementy poprzeczne (żeberka, ścianki). Razem tworzą szkielet przestrzenny, który może przenosić naprężenia normalne i styczne. W takiej konstrukcji materiał rozłożony jest zasadniczo na obwodzie, co jest najbardziej racjonalne z punktu widzenia wytrzymałości struktury przy przejmowaniu momentów zginających i skręcających.

Rozpatrywane skrzydło, z konstrukcyjnego punktu widzenia, jest strukturą cienkościenną typu wzmocnionej powłoki z niezmiennymi (w przybliżeniu) konturami przekrojów poprzecznych.

Pod działaniem obciążeń zewnętrznych powłoki takie, jeśli mają dostateczną długość (w praktyce słuszne dla λ >3,

w analizowanym skrzydle jest $\lambda \approx 8,5$), pracują na skręcanie i zginanie w sposób podobny do klasycznych belek ([2, 3]).



Rys. 3. Struktura doczepnej części skrzydła [1]. Widoczne powłoki środkowego i tylnego kesonu skrzydła wzmocnione podłużnicami. Objętość kesonów wykorzystana jako integralny zbiornik paliwa.

Udział poszczególnych elementów w ogólnej pracy na zginanie i skręcanie wzmocnionej powłoki jest niejednakowy. Naprężenia normalne (od zginania) w przekrojach powłoki przenoszą głównie pasy trzech dźwigarów (Rys. 2), podłużnice i pokrycie (Rys. 3). Naprężenia styczne przy ścinaniu i skręcaniu – pokrycie i ścianki dźwigarów (keson trójobwodowy).

W strefie ściskanej pokrycie i podłużnice przy określonej wartości obciążeń tracą stateczność i przestają przenosić dalsze zwiększanie obciążenia, mimo że nie wyczerpana została nośność mocnych, statecznych elementów. Zniszczenie konstrukcji zachodzi dopiero wówczas, gdy naprężenia w jej podstawowych elementach siłowych osiągają wartości naprężeń niszczących. Naprężenia niszczące należy tu rozumieć dość szeroko. Mogą to być naprężenia równe doraźnej granicy wytrzymałości materiału (R_m) i wywołujące zniszczenie podstawowych elementów siłowych dosłownie, a mogą to być naprężenia krytyczne tych elementów ($\sigma_{\rm kr}$).

2. Obciążenia skrzydła

Generalnie, podstawowym zadaniem skrzydła jest wytwarzanie siły nośnej. Ponadto, będąc jednym z głównych zespołów płatowca, zabezpiecza odpowiednią sterowność i stateczność samolotu.

Do podstawowych obciążeń skrzydła zaliczamy:

- obciążenia aerodynamiczne (obciążenie ciągłe),
- obciążenie masowe, określone masą własną konstrukcji (obciążenia ciągłe),
- siły skupione pochodzące od mas agregatów i ładunków umieszczonych w skrzydle (paliwo, podwozie, wyposażenie i in.),
- siły reakcji podłoża,
- siły ciągu zespołu napędowego (gdy umieszczony jest w skrzydle).

Określenie obciążeń działających na skrzydło sprowadza się do wyznaczenia jego wielkości i kierunku działania oraz rozkładu i miejsca przyłożenia wzdłuż rozpiętości i cięciwy. Parametry określające obciążenie zależą od kształtu i konstrukcji skrzydła (parametry geometryczne skrzydła, jego sztywność, kształt profilu) oraz warunków lotu (rozwijana prędkość, kąt natarcia, położenie powierzchni ruchomych).

Ważna jest znajomość rozkładów obciążeń skrzydła wzdłuż jego rozpiętości i cięciwy [4]. Najlepiej mieć wyniki badań doświadczalnych. Gdy takowych brak, wówczas do obliczeń wytrzymałościowych można wykorzystać formuły przybliżone dające wyniki do przyjęcia z inżynierską dokładnością [5]:

$$p_{z}(y) = \frac{n_{o}(m_{s} - m_{pl})g}{S} b(y), \qquad (1)$$

gdzie: b(y) – bieżąca cięciwa skrzydła; g – przyspieszenie ziemskie; m_{pl} – masa płata (dwóch skrzydeł); m_s – masa samolotu w locie; n_o – przeciążenie obliczeniowe; $p_z(y)$ - jednostkowe obciążenie skrzydła wzdłuż rozpiętości; S – powierzchnia płata.

Rozkład obciążenia wzdłuż cięciwy skrzydła, mierzony odległością od noska profilu (wzdłuż osi x), określić można zależnością:

$$\frac{-}{x_{sp}} = \frac{x_{sp}}{b} = -\left(\frac{\partial C_m}{\partial C_Z} + \frac{C_{mo}}{C_Z}\right),$$
(2)

gdzie: b – cięciwa skrzydła, C_{mo} – oznacza współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej ($C_z = 0$).

Obciążenie zewnętrzne skrzydła (aerodynamiczne i masowe) równoważone jest przez siły wewnętrzne, które w dowolnym przekroju skrzydła można sprowadzić do obciążeń wypadkowych tj. do momentów zginających i skręcających oraz sił poprzecznych. Siły poprzeczne sprowadza się do punktu przekroju nazywanego środkiem sił poprzecznych konstrukcji zamkniętej *ssp_z*.





Zwykle, w analizach inżynierskich, istotne są: siła poprzeczna wzdłuż osi z - Tz, moment zginający względem osi x - Mx i moment skręcający skrzydło względem osi y -My. Przykładowe rozkłady tych obciążeń przedstawiono na Rys. 5 ÷ Rys. 7. W analizie stanu naprężeń skrzydła doczepnego samolotu Tu-154, dodatkowo należy uwzględnić: siłę Ty działającą wzdłuż osi wzdłużnej y, moment zginający względem osi z - Mz oraz siłę Txdziałającą wzdłuż osi x. Wszystkie wymienione siły i momenty ilustruje Rys. 4.

Należy dodać, że na wartości tych uogólnionych sił, istotny wpływ będzie miał "kontakt" z brzozą – siła $P_{\rm b}$. W tym parametry lotu i geometria skrzydła doczepnego oraz właściwości mechaniczne brzozy.

Podczas wykonywania normalnych lotów, wynikających z przeznaczenia samolotu, z trzech wymienionych wcześniej obciążeń (Tz, Mx i My) moment zginający Mx można

określić jako obciążenie podstawowe. Jego wartość jest znaczna, ponad to działa w płaszczyźnie najmniejszej sztywności układu (specyfika profilu lotniczego). Przy tym na jego przejęcie konieczna jest największa ilość materiału – do 50% masy struktury skrzydła. W zależności od tego, jakie elementy struktury przenoszą Mx, wyróżnia się różne układy wytrzymałościowe konstrukcji (dźwigarowe, półskorupowe, skorupowe).



Rys. 5. Zmiana siły poprzecznej Tz wzdłuż długości skrzydła samolotu Tu-154 (m=78000kg, v= 260 km/h).



Rys. 6. Zmiana momentu zginającego Mx wzdłuż długości skrzydła samolotu (m=78000kg, v=260 km/h).



Rys. 7. Zmiana momentu skręcającego M_y wzdłuż długości skrzydła samolotu Tu-154 (m = 78000kg, v = 260 km/h).

W dalszej części, zawarta jest propozycja modelu do obliczeń wytrzymałościowych, statycznych [6, 7]. Analizowany kontur profilu skrzydła doczepnego w wybranym przekroju wstępnie podzielono na 22 elementy, finalnie (po skorygowaniu) na 28 elementów.

3. MODEL OBLICZENIOWY PRZEKROJU SKRZYDŁA

3.1. Sformułowanie problemu

Zajmiemy się skrzydłem doczepnym samolotu (Rys. 3). Rozpatrzymy strukturę tego skrzydła w przekroju prawdopodobnego kontaktu z brzozą. W dalszej części, przekrój ten nazywać będziemy przekrojem krytycznym.

W statyce konstrukcji cienkościennych siłę przypadającą na jednostkę długości konturu nazywa się "wydatkiem" (ciekiem) naprężeń. Dzieląc wydatek przez grubość konturu (ścianki) otrzymujemy naprężenie.

Do podjęcia analizy wydatków naprężeń (stanu naprężeń) przy działaniu określonego układu obciążeń przestawimy model obliczeniowy, którego ideę ilustruje Rys. 8. Na rysunku przedstawiono część (przednia i środkowa) niesymetrycznego profilu lotniczego, w którego kontur wpisano trójobwodową strukturę siłową. Tworzą ją trzy ścianki podłużne (ścianki dźwigarów), powierzchnie skupione (podłużnice, pasy) i pokrycie.



Rys. 8. Model obliczeniowy kesonu trójobwodowego i przyjęty podział konturu na elementy.

Przyjęto, że rozpatrywana konstrukcja (Rys. 8) składa się *n* elementów prostoliniowych. Element z indeksem *j-tym* charakteryzowany jest przez podanie współrzędnych jego początku (1) - x_{j,1}, z_{j,1} i końca (2) - x_{j,2}, z_{j,2} w układzie odniesienia Ox_{od}z_{od}. Stąd bezpośrednio wynikają parametry geometryczne elementu: długość l_j i kąt pochylenia α_j . Na końcach elementów umieszczono powierzchnie skupione F_j , (podłużnice, pasy dźwigarów) których jest *n-2*. Do powyższych parametrów należy jeszcze dodać grubość elementu δ_j . Przyjęta liczba elementów *n* wynika z dostatecznego pokrycia odcinkami prostymi konturu profilu skrzydła.

Następnie należy wyznaczyć charakterystyczne punkty przekroju: środek ciężkości (masy) sc, środek sił poprzecznych konstrukcji otwartej ssp_o i środek sił poprzecznych konstrukcji zamkniętej ssp_z . Znajomość położenia tych punktów jest niezbędna do określenia stanu naprężeń w konstrukcji od działających obciążeń w analizowanym przekroju skrzydła.

3.2. Zagadnienia do rozwiązania

Analityczne wyznaczenie *ssp* trójobwodowej konstrukcji zamkniętej (hiperstatycznej) wymaga szeregu działań, które w skrócie można sprowadzić do następujących [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]:

 wyznaczenia głównych centralnych osi bezwładności przekroju (współrzędne środka ciężkości przekroju w układzie pierwotnym Oxz, momenty bezwładności względem osi układu odniesienia),

- obliczenie głównych centralnych momentów bezwładności przekroju (maksymalnego i minimalnego),
- przemyślanego otwarcia konstrukcji (trzy cięcia fikcyjne),
- wyznaczenie rozkładu bieżących momentów statycznych dla konstrukcji otwartej,
- wyznaczenie rozkładu wydatku (cieku) naprężeń stycznych dla konstrukcji otwartej,
- wykonanie odpowiednich obliczeń sprawdzających poprawność wyznaczonych sił w elementach struktury od siły obciążającej,
- wyznaczenie sił w elementach konstrukcji i ich momentów względem wybranego bieguna,
- ustalenie położenia środka sił poprzecznych konstrukcji otwartej ssp_o,
- wyznaczenie stałych wydatków odciążających w obwodach konstrukcji,
- ustalenie położenia środka sił poprzecznych konstrukcji zamkniętej *ssp_z*.

4. WYDATKI NAPRĘŻEŃ STYCZNE I NORMALNE

4.1. Konstrukcja otwarta

Obliczenie wydatków naprężeń stycznych w przekroju skrzydła wymaga wykonania obliczeń konstrukcji otwartej, czyli należy wykonać fikcyjne przecięcia tej konstrukcji. Konstrukcja jest trzykrotnie statycznie niewyznaczalna, czyli trzeba wykonać tyle fikcyjnych cięć ile jest obwodów. W pracy wykonano otwarcia konstrukcji w miejscach gdzie główna centralna oś Ox przecina ścianki kolejnych dźwigarów (por. Rys. 9).

4.1.1. Wydatek dla konstrukcji otwartej od siły Tz

Znając geometrię przekroju oraz obciążenie i sposób jego przyłożenia określimy wydatki naprężeń stycznych w dowolnym punkcie *j-tego* elementu konturu

$$q_{zj}(s) = \frac{Tz}{Ix} S x_j(s)$$
(3)

gdzie: $q_{zj}(s)$ – wydatek naprężeń stycznych w *j-tym* elemencie konturu konstrukcji otwartej od siły tnącej Tz zaczepionej w ssp_o ; Ix – główny centralny moment bezwładności przekroju względem osi x; Sx_j – bieżący moment statyczny względem osi x; s – zmienna bieżąca wzdłuż analizowanego konturu.



Rys. 9. Rozkład momentu statycznego S_x dla konstrukcji otwartej w punktach A, B i C.

Wzór (3) jest słuszny z zastrzeżeniem, że siła Tz jest zaczepiona w środku sił poprzecznych konstrukcji otwartej czyli jest dla niej obciążeniem bezskręceniowym.

Równania wydatku naprężeń stycznych dla kolejnych elementów konstrukcji otwartej obciążonej w ssp_o jednostkową siłą Tz mają postać

$$q_{z1}(s) = \frac{1}{2} \beta \delta_1 s^2 \sin \alpha_1$$

$$q_{zj}(s) = \beta [Sx_{j,1} + \delta_j s (z_{j,1} \pm s \sin \alpha_j)],$$

$$j = 2, 3, ..., n. \qquad (4)$$

$$q_{z,n+k}(s) = \frac{1}{2} \beta \delta_{n+k} s^2 \cos \varphi_o,$$

$$dla \ k = 1, 2, 3, 4.$$

$$\beta = Ix^{-1},$$

a ich graficzną ilustrację wzdłuż elementów konturu przedstawia Rys. 10.

4.1.2. Położenie punktu ssp_o

Mając wydatki określone wzorami (4), możemy obliczyć siły działające w każdym elemencie przez wykonanie całkowania wzdłuż długości każdego elementu. Otrzymujemy wzory:



Rys. 10. Rozkład wydatku naprężeń stycznych $q_z(s)$ dla konstrukcji otwartej przy Tz = 1.

$$T_{1} = \frac{1}{6}\beta\delta_{1}l_{1}^{3}\sin\alpha_{1}$$

$$T_{j} = \beta l_{j} \left[Sx_{j,1} + \frac{1}{2}\delta_{j}l_{j} \left(z_{j,1} \pm \frac{1}{3}l_{j}\sin\alpha_{j} \right) \right]$$

$$j = 2, 3, ..., n.$$

$$T_{n+k} = \frac{1}{6}\beta\delta_{n+k}l_{n+k}^{3}\cos\varphi_{o},$$

$$k = 1, 2, 3, 4.$$
(5)

Przy znanych siłach wewnętrznych T_j działających w elementach struktury oraz dysponując promieniami ich działania $\rho_j = b_{1j} \cos \alpha_j$ (Rys. 11) względem wybranego bieguna, możemy określić odległość

$$e_x = \beta \sum_{j=1}^{n+4} T_j \rho_j \tag{6}$$

środka sił poprzecznych konstrukcji otwartej ssp_o od środka ciężkości przekroju (Rys. 11). Dla tego rodzaju konstrukcji, ssp_o zawsze jest położony na zewnątrz konturu (przed noskiem profilu). Symbol b_{1j} jest odległością mierzoną wzdłuż osi rzędnych z dla x=0. Z reguły wartość b_{1j} jest zmienna dla każdego elementu konturu.

4.1.3. Wydatki odciążające X, Y i Z w obwodach

Wydatki odciążające działające w obwodach struktury mają zwroty przeciwne do cieków obliczonych dla konstrukcji fikcyjnie otwartej (por. Rys. 10). Oznaczymy je jako X w obwodzie pierwszym (obwód noska profilu), Y - wobwodzie środkowym i Z - w obwodzie tylnym (Rys. 12).

Wykorzystując zależność na energię ścinania jednostki objętości $Vj = \frac{1}{2} \tau^2 / G$ podamy równania na energię ścinania dla kolejnych obwodów konturu. I tak, dla

przedniego obwodu (nosek profilu) zależność na energię ścinania V_I zapiszemy w postaci



Rys. 11. Siły wewnętrzne w elementach konturu od siły obciążającej Tz zaczepionej w ssp oraz położenie charakterystycznych punktów przekroju [10].

 $V_{I} = \frac{1}{G} \left[\sum_{j=8}^{16} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (X - q_{zj})^{2} dx + \sum_{j=n+1}^{n+2} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (X - q_{zj} - Y)^{2} dx \right] \cdot$ $V_{II} \text{ dla obwodu drugiego}$ $V_{II} = \frac{1}{G} \left[\sum_{j=5}^{7} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (Y - q_{zj})^{2} dx + \sum_{j=n+1}^{n+2} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (Y + q_{zj} - X)^{2} dx \right] +$ $+ \frac{1}{G} \left[\sum_{j=17}^{19} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (Y - q_{zj})^{2} dx + \sum_{j=n+3}^{n+4} \int_{l_{j}} \frac{1}{\delta_{j}^{2}} (Y - q_{zj} - Z)^{2} dx \right] ,$

oraz V_{III} dla obwodu trzeciego

$$V_{III} = \frac{1}{G} \left[\sum_{j=1}^{4} \int_{l_j} \frac{1}{\delta_j^2} (Z - q_{zj})^2 dx + \sum_{j=20}^{22} \int_{l_j} \frac{1}{\delta_j^2} (Z - q_{zj})^2 dx \right] + \frac{1}{G} \left[\sum_{j=n+3}^{n+4} \int_{l_j} \frac{1}{\delta_j^2} (Z + q_{zj} - Y)^2 dx \right]$$
(7)

Podane wyżej formuły wiążą zmienne wydatki dla konstrukcji otwartej z wydatkami odciążającymi dla każdego z trzech obwodów konturu. Należy pamiętać o odpowiednim zwrocie tych wydatków. Po wykonaniu całkowania wzdłuż długości obwodów otrzymujemy układ trzech równań. Pierwsze z niewiadomymi X i Y, drugie z niewiadomymi X, Y, Z i trzecie z niewiadomymi Y i Z. Po ich zróżniczkowaniu kolejno względem X, Y i Z i przyrównaniu do zera otrzymujemy układ trzech równań algebraicznych z trzema niewiadomymi. Rozwiązanie tego układu prowadzi do wyznaczenia wartości poszukiwanych wydatków X, Y i Z działających w kolejnych obwodach konturu.



Rys. 12. Wydatki odciążające w obwodach struktury. Naniesiono również skierowanie cieku naprężeń stycznych $q_z(s)$ obliczonego wzorami (4).

4.1.4. Położenie punktu sspz

Poszukiwany środek sił poprzecznych konstrukcji zamkniętej ssp_z leży wewnątrz obszaru ograniczonego konturem profilu i jest zorientowany względem środka sił poprzecznych konstrukcji otwartej ssp_o (por. Rys. 11).

Wyznaczone wydatki odciążające X, Y i Z, mające stałe wartości, pozwolą na określenie odległości Δe_x z zależności

$$\Delta e_x = 2 \left(F_I X + F_{II} Y + F_{III} Z \right), \tag{8}$$

którą odkładamy od punktu ssp_o wzdłuż osi głównej centralnej Ox. Tak otrzymujemy położenie punktu ssp_z nazywanego środkiem sił poprzecznych przekroju konstrukcji zamkniętej. Użyte we wzorze (8) oznaczenia F_I . F_{II} , i F_{III} są całkowitymi powierzchniami ograniczonymi odpowiednio obwodem pierwszym, drugim i trzecim.

4.2. Konstrukcja zamknięta

Dotąd, rozpatrzono strukturę trójobwodową, podano niezbędne zależności do określenia wydatku naprężeń stycznych. Ustalono również charakterystyczne punkty przekroju. W dalszej części, dotyczącej struktury zamkniętej, zostaną podane zależności na wydatki naprężeń stycznych i normalnych. Będą one skutkiem działania obciążeń jednostkowych. Zmiany wydatków (stycznych i normalnych) będą pokazane na konturze przypominającym profil krytyczny doczepnego skrzydła samolotu Tu-154, podzielony na szereg elementów (Rys. 13).



Rys. 13. Kontur struktury silowej skrzydła doczepnego samolotu Tu-154 w przekroju krytycznym. Na rysunku kontur zawiera 26 elementów.

4.2.1. Wydatek od siły Tz

Jak wspomniano wcześniej, wydatek naprężeń stycznych dla konstrukcji zamkniętej jest sumą wydatków obliczonych dla konstrukcji otwartej obciążonej bezskręceniowo (wzory (4)) i wydatków odciążających X, Y i Z działających w jego obwodach. Wydatki te otrzymamy z równań (7) i mają one zwrot przeciwny do wydatku otrzymanego z wzoru (4).

Czyli wydatek dla konstrukcji zamkniętej od siły Tz=1 wyrazimy zależnością

$$\overline{q}_z(s) = q_z(s) + C \tag{9}$$

gdzie C jest jednym z wydatków odciążających (X, Y, Z)lub sumą dwóch wydatków, w zależności od obwodu i konkretnej ścianki w tym obwodzie. Na Rys. 14 pokazano rozkład wydatku (wartość) oraz jego zmienne skierowanie wzdłuż konturu. Przypominają one rozkłady dla trzech profili otwartych (dwa ceowniki, jeden dwuteownik)



Rys. 14. Rozkład wydatku naprężeń stycznych wzdłuż konturu konstrukcji zamkniętej dla Tz=1.



Rys. 15. Rozkład wydatku naprężeń stycznych od jednostkowej siły poziomej Tx=1.

4.2.2. Wydatek od siły Tx

Do obliczenia wydatku wzdłuż konturu od siły *Tx* posłużymy się wzorem podobnym do wzoru (3) dotyczącym konstrukcji otwartej. Przy czym uzyskane tu wartości wydatku dla konstrukcji otwartej są takie same jak dla konstrukcji zamkniętej, czyli słuszny jest wzór

$$\overline{q}_{xj}(s) = q_{xj}(s) = \frac{Tx}{Iz} Sz_j(s)$$
(10)

w którym symbole Iz i Sz mają takie samo znaczenie jak we wzorze (3) lecz teraz dotyczą osi z. Zmianę wydatku $\bar{q}_x(s)$ wzdłuż konturu ilustruje Rys. 15. Należy zwrócić uwagę na skierowanie wydatku wzdłuż konturu.

4.2.3. Wydatek od momentu skręcającego – My

Zagadnienie obliczeń wydatku naprężeń i odkształceń poddanych działaniu momentu skręcającego w tego rodzaju ustrojach cienkościennych jest zagadnieniem statycznie niewyznaczalnym. Rozdzielając fikcyjnie konstrukcję na trzy izolowane obwody (rury), przy uwzględnieniu wzorów Bredta [6, 7, 8], otrzymamy tylko jedno równanie statyki dla określenia niewiadomych wydatków naprężeń stycznych w tych obwodach. Brakujące dwa równania wyznaczymy z warunku odkształceń.

Uwzględniając powyższe, kąty skręcenia rur składowych muszą być jednakowe, wówczas momenty skręcające przenoszone przez te obwody wynoszą

$$My_i = \frac{4GF_i^2}{\oint \frac{ds}{\delta}}\varphi, \qquad \text{dla } i = 1, 2, 3.$$
(11)

Zaś wydatek naprężeń stycznych q_i wynikający z istnienia momentu Ms_i , dla *i-tego* obwodu przekroju wyznaczymy z zależności

$$q_i(My_i) = \frac{2GF_i}{\oint \frac{ds}{\delta}} \varphi, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3.$$
(12)

Wydatek dla *i-tego* obwodu izolowanego jest stały wzdłuż jego konturu.

Symbol φ występujący we wzorach (11) i (12) jest jednostkowym kątem skręcenia w rozpatrywanym przekroju skrzydła. Obliczymy go z formuły

$$\varphi = \frac{My}{4G\sum_{i=1}^{3} \frac{F_{i}^{2}}{\oint_{i} \frac{ds}{\delta}}}$$
(13)



Rys. 16. Rozkład wydatku naprężeń stycznych od momentu skręcającego My=1.

4.2.4. Wydatki naprężeń normalnych

Wydatki naprężeń normalnych (naprężenia normalne) powstają od sił bocznej Ty – działającej wzdłuż rozpiętości skrzydła oraz momentów zginających Mx i Mz (Rys. 4). Określimy je zgodnie z zależnością [2, 3]:

$$n_{y}(s) = \left(\pm \frac{Ty}{A} \pm \frac{Mx}{Ix} z \pm \frac{Mz}{Iz} x\right) \delta(s)$$
(14)

gdzie: A - jest całkowitą powierzchnią struktury w badanym przekroju; x i z - odpowiednie odległości od osi głównych centralnych.



Rys. 17. Rozkład wydatku naprężeń normalnych wzdłuż konturu struktury od momentu zginającego Mgz=1.



Rys. 18. Sumaryczny rozkład wydatku naprężeń normalnych wzdłuż konturu struktury od momentów zginających Mgx=1 i Mgz=1.

4.2.5. Wydatki (naprężenia) zredukowane

Podsumowując, w rozpatrywanej strukturze mamy do czynienia z wydatkami naprężeń stycznych $q_w(s)$ i wydatkami naprężeń normalnych $n_y(s)$. Pierwsze powstały w wyniku działania sił tnących Tx i Tz oraz momentu skręcającego My, drugie – głównie od momentów zginających Mx i Mz oraz siły Ty (Rys. 4). Obydwa wydatki są funkcjami zmiennej bieżącej s, zarówno co do modułu jak i znaku. Jeżeli otrzymane wydatki odniesiemy do grubości konturu to otrzymamy odpowiednio naprężenia styczne i naprężenia normalne.

Możemy więc, dla dwuwymiarowego stanu, zdefiniować naprężenia zredukowane zgodnie z hipotezą Hubera

$$\sigma_{red}(s) = \frac{1}{\delta(s)} \sqrt{n_y^2(s) + 3q_w^2(s)}$$
(15)

Należy dodać, że podczas wykonywania normalnego lotu poziomego większość powłoki górnej będzie ściskana i ścinana, natomiast większość powłoki dolnej będzie rozciągana i ścinana. W naszym przypadku, znaczne zwiększenie sił poziomych (tylko w zakresie statycznym) istotnie wpłynie na zmianę obciążeń struktury skrzydła.

5. ZDERZENIE Z BRZOZĄ

5.1. Układ sił w przekroju skrzydła w momencie zderzenia

Układ obciążeń działających na skrzydło w momencie zderzenia z brzozą jest w zasadzie taki sam jak i przed zderzeniem (por. pkt.2). Zmiana wynika z istnienia siły zderzenia z brzozą - P_b. Siła ta dystrybuuje się na pozostałe siły i momenty (z wyjątkiem Mx) w przekroju krytycznym w postaci odpowiednich przyrostów. Ich wielkość jest zależna od geometrii zderzenia (Rys. 19). Przede wszystkim chodzi tu o kąt natarcia skrzydła α i kąt wznoszenia γ .



Rys. 19. Geometria zderzenia oraz siły i momenty w krytycznym przekroju skrzydła w chwili zderzenia z brzozą. Oznaczenia: P_b - sila zderzenia z brzozą, α i γ – odpowiednio kąt natarcia i kąt wznoszenia, v – wektor prędkości samolotu.

Zawężając problem tylko do kąta natarcia α , występujące w przekroju skrzydła siły i momenty w chwili zderzenia, określimy wzorami:

$$T_{z} = T_{zo} + P_{b} \sin \alpha$$

$$T_{x} = T_{xo} + P_{b} \cos \alpha \cos \chi$$

$$T_{y} = T_{yo} + P_{b} \sin \chi$$

$$M_{x} = M_{xo}$$

$$M_{z} = M_{zo} + P_{b} X_{ssp} \sin \chi$$

$$M_{y} = M_{yo} + P_{b} X_{ssp} \sin \alpha$$
(16)

w których: T_{io} i M_{io} oznaczają siły i momenty tuż przed zderzeniem, X_{ssp} jest odległością środka sztywności przekroju od krawędzi natarcia skrzydła mierzoną wzdłuż cięciwy, a χ stanowi kąt skosu skrzydła.

Z wzorów (16) wynika, że uwzględnienie odpowiedniej geometrii zderzenia (kąty: $\alpha > 0$, $\gamma > 0$) ma znaczący wpływ na wzrost sił tnących Tz i Tx oraz momentu skręcającego My. Prowadzi to do wzrostu wydatków naprężeń stycznych (por. Rys. 14 ÷ Rys. 16). Podobnie, mamy wzrost wydatku naprężeń normalnych w wyniku wzrostu siły osiowej T_y i momentu zginającego M_z działającego w płaszczyźnie skrzydła (por. Rys. 17).

Wartości wydatków naprężeń stycznych określimy zgodnie z zależnościami (9), (10) i (12) – dla ścinania i wzorem (14) - dla ściskania lub rozciągania. Następnie po ich podzieleniu przez grubość konturu otrzymamy naprężenia (normalne, styczne) wzdłuż analizowanych obwodów konstrukcji.

5.2. Naprężenia w konstrukcji skrzydła

W powłokach struktury mamy płaski stan naprężeń, mianowicie jednoczesne działanie naprężeń stycznych i normalnych (ściskanie lub rozciąganie). Newralgicznym obszarem jest powłoka górna, w której ścinaniu towarzyszy ściskanie. Ten obszar powinien być poddany wnikliwej analizie z uwagi na niebezpieczeństwo utraty stateczności pokrycia, wyboczenie.

Najpierw dla powłoki górnej (odcinki pomiędzy płaszczyznami ścianek dźwigarów), przy uwzględnieniu odpowiednich parametrów geometrycznych i warunków podparcia na brzegach, należy wyznaczyć naprężenia krytyczne przy czystym ścinaniu τ_{kr} oraz czystym ściskaniu σ_{kr} .

Jeśli σ i τ są bezwzględnymi wartościami naprężeń normalnych i stycznych odpowiadających wyboczeniu przy ich jednoczesnym działaniu, to potwierdzony doświadczalnie warunek wyboczenia zapiszemy w postaci zależności [6, 7]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{kr}} = 1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{kr}}\right)^2 \tag{17}$$

gdzie: σ_{kr} i τ_{kr} – wyżej omawiane krytyczne wartości naprężeń przy działaniu ich każdego z osobna.

Teraz wykonamy przykładowe obliczenia naprężeń dla następujących danych: P_b =50T, α =10deg, χ =35deg. Przy znanych wartościach sił i momentów działających w przekroju skrzydła tuż przed zderzeniem i znajomości geometrii struktury skrzydła, z wzorów (16) wyznaczymy wartości sił i momentów dających naprężenia normalne σ (od: Mx, Mz, Py) oraz naprężenia styczne τ (od:Tx, Tz, My). Rozkład sumarycznych naprężeń stycznych $\tau(s)$ wzdłuż konturu struktury przedstawiono na Rys. 20.



Rys. 20. Rozkład sumarycznych naprężeń stycznych $\tau(s)$ wzdłuż konturu struktury od sił ścinających Tz i Tx oraz momentu skręcającego My.

Z rozkładu sumarycznych naprężeń stycznych $\tau(s)$ wynika, że największe z nich obserwujemy w górnej powłoce środkowego i tylnego kesonu, szczególnie w pobliżu dźwigarów przedniego i środkowego. W podobny sposób można wyznaczyć rozkład sumarycznych naprężeń normalnych σ (por. Rys. 18).

Z zależności (17) wynika, że jeżeli mamy określony jeden stan naprężeń (np. σ), wówczas wyznaczymy drugi, tu naprężenia styczne jako naprężenie dopuszczalne $\tau_{dop}(s)$

$$\tau_{dop}(s) = \tau_{kr} \sqrt{1 - \frac{\sigma(s)}{\sigma_{kr}}}$$
(18)

tj. naprężenia których nie wolno przekroczyć. Należy pamiętać, że dla jednoczesnego ścinania i ściskania będzie wówczas zachodzić relacja $\tau_{dop} < \tau_{kr}$.

Z wstępnych analiz wynika, że obliczone naprężenia styczne (Rys. 20), są większe od naprężeń dopuszczalnych. Szczególnie w obszarze górnej powłoki kesonu środkowego i w połowie szerokości kesonu tylnego (w pobliżu ścianki dźwigara środkowego). Przekroczenie to zawiera się w zakresie 15÷30 %.

Z powyższego wynika, że przy przyjęciu siły $P_b=50T$ i kąta $\alpha=10$ deg, w całym kesonie środkowym i częściowo w kesonie tylnym, pokrycie górne traci stateczność. Trzeba dodać, że znaczące symptomy utraty stateczności pokrycia obserwujemy już dla siły $P_b\approx40T$ ale przy kącie $\alpha=15$ deg.

W dalszej części rozpatrzymy właściwości mechaniczne brzozy oraz wyznaczymy siłę niezbędną do zniszczenia (ścięcia) pnia.

5.3. Siła ścinająca brzozę

Brzoza ma silne właściwości anizotropowe. Jej wytrzymałość zależy od kierunku działania siły względem włókien drzewa. Nas interesuje ścinanie. Wytrzymałość na ścinanie, oznaczana symbolem k_t , jest największa przy obciążeniu zgodnym z kierunkiem włókien, najmniejsza - przy obciążeniu prostopadłym do włókien. Również zależy od wilgotności, z jej wzrostem k_t maleje.



Rys. 21. Zmiana siły ścinającej brzozę, prostopadle do włókien, w zależności od średnicy pnia. Obliczenia wykonano dla literaturowych wartości k_t [12, 15, 16]. Dane dla wilgotności 15%.

W literaturze problemu podawana rozpiętość danych dotyczących wartości k_t jest dość znaczna. Na Rys. 21 pokazano obliczone krzywe zmian siły ścinającej brzozę w zależności od średnicy pnia. Każda krzywa dotyczy innej wytrzymałości k_t na ścinanie prostopadłe do włókien. Rozpiętość k_t zawiera się w przedziale (2÷6) MPa.

Według przyjętej geometrii zderzenia (Rys. 19), kąt uderzenia skrzydła w brzozę jest sumą kątów α i γ . Ograniczając się tylko do kąta natarcia pokazano liniową zmianę współczynnika $k_t(\alpha)$, co ilustruje Rys. 22. Skrajne wartości k_t odpowiadające prostopadłemu ścinaniu (α =0) i równoległemu do włókien (α =90) wzięto z pracy [12].



Rys. 22. Zmiana wytrzymałości na ścinanie k_t , w zależności od kąta natarcia skrzydła. Skrajne wartości k_t przyjęto wg [12]. Dane dla wilgotności 15%.



Rys. 23. Zmiana powierzchni ścinanego przekroju pnia brzozy od kąta natarcia skrzydła.

6. PODSUMOWANIE

W referacie przedstawiono charakterystykę układu wytrzymałościowego skrzydła samolotu Tu-154. Układ sprowadzono do trójobwodowej struktury zamkniętej, którą tworzą trzy dźwigary oraz powłoki silnie wzmocnione podłużnicami.

Zaproponowano matematyczny model obliczeniowy wielospójnej struktury, który pozwala na wyznaczenie stanu naprężeń w konstrukcji pod działaniem obciążeń zewnętrznych. Model jest rozwinięciem pracy [10]. W tworzeniu testowaniu proponowanego i modelu zamkniete cienkościenne obeimuiacego strukturv wieloobwodowe, wykorzystywano monografie i skrypty ze statyki konstrukcji cienkościennych [6, 7, 8], wiedzę obliczeniowo-konstruktorską [12, 13, 14] oraz własne doświadczenia inżynierskie w tym obszarze [np. 9, 10, 11].

W niniejszej pracy, przedstawiony model wykorzystano do wyznaczenia poziomu naprężeń w strukturze skrzydła podczas zderzenia. Dla wykonania tego rodzaju analiz numerycznych zredagowano, uruchomiono i przetestowano własne programy komputerowe. Niezbędne dane geometryczne i masowe dotyczące konstrukcji oszacowano na bazie wiedzy eksperckiej.

Do szczegółowych wyników pracy należy zaliczyć:

 Ustalenie geometrii zderzenia, uznając jednocześnie, że ma ona bardzo istotny wpływ na dystrybucję obciążenia na siły i momenty w przekroju krytycznym, w konsekwencji na poziom naprężeń w strukturze skrzydła

- Wyznaczenie obciążeń konstrukcji w krytycznym przekroju skrzydła tuż przed zderzeniem z brzozą
- Obliczono, że siła kontaktu z brzozą P_b =50T przy uderzeniu pod kątem natarcia α =10deg generuje sumaryczne naprężenia styczne (od sił ścinających Tz i Txoraz momentu skręcającego My) większe od naprężeń dopuszczalnych w zakresie 15÷30%. Oznacza to utratę stateczności górnego pokrycia, w całości kesonu środkowego i w połowie – tylnego kesonu skrzydła. Symptomy utraty stateczności obserwujemy już dla siły P_b =40T ale przy większym kącie natarcia α =15deg.
- Na bazie danych literaturowych wyznaczono siłę niezbędną do ścięcia pnia brzozy ϕ 45cm (na H=5,1m). Uwzględniono wpływ kąta uderzenia, ograniczając się do kąta α =15deg i zmianę wytrzymałości na ścinanie zgodnie z Rys. 22. Obliczona siła wynosi ~77T. Jeśli w geometrii uderzenia uwzględnimy również kąt wznoszenia γ (Rys. 19), wówczas siła *Pb* przekroczy 80T. O kolejne 4% wzrośnie jeśli uwzględnimy wzrost powierzchni przekroju pnia z kołowego na eliptyczny (Rys. 23).

Z powyższego wynika, że dla przyjętego modelu obliczeniowego struktury wytrzymałościowej przekroju skrzydła oraz odtworzonych parametrach geometrycznych i masowych, pierwsze symptomy utraty stateczności obserwujemy już przy sile $P_b \sim 40T$ (dla $\alpha = 15 \text{deg}$). Siła ścinajaca brzoze wynosi ~80T i to przy umiarkowanych wartościach k_t . A więc jest dwa razy większa od siły powodującej utratę stateczności pokrycia. Jest oczywiste, że utrata stateczności pokrycia nie powoduje zniszczenia konstrukcji jako całości. Zniszczenie skrzydła (jego złamanie) ma miejsce wówczas gdy stateczność tracą najsilniejsze elementy struktury (dźwigary). Mamy wówczas globalną utratę stateczności, w efekcie zniszczenie struktury. Z podanych tu wartości dwóch sił: utraty stateczności pokrycia ~40T i siły ścinającej brzozę ~80T, oraz obliczeń wytrzymałościowych, można przewidywać prawdopodobny scenariusz destrukcji struktury, mianowicie:

- Jako pierwszy zniszczeniu ulega nosek tj. przedni keson profilu charakteryzujący się cienkim pokryciem. Zaczyn destrukcji ma miejsce w powłoce górnej. Siła niszcząca wynosi mniej niż 5T. Zniszczenie noska nie ma istotnego znaczenia dla wytrzymałości i sztywności struktury przekroju skrzydła.
- 2. Po zniszczeniu noska, jako pierwszy w kontakcie z pniem brzozy jest dolny pas przedniego dźwigara (bowiem α >0), który pracuje w złożonym stanie naprężeń. Jest rozciągany od dwóch momentów zginających (*Mx*, *Mz*) i siły osiowej (*Py*) oraz ścinany przez pień brzozy. Z oszacowań wynika, że siła niszcząca pas wynosi około 20T. Zniszczenie dolnego pasa, również ścianki dźwigara - wiotkiej na kierunku działania pnia brzozy - powoduje "otwarcie" kesonu środkowego, co wiąże się ze spadkiem sztywności skręcania struktury o 45%.
- 3. Kolejny etap to ścięcie pasa górnego przedniego dźwigara, w efekcie destrukcja dźwigara przedniego jako całości. Pas górny podlega naprężeniom stycznym i normalnym. Normalne to ściskanie od momentu zginającego *Mx*, rozciąganie od momentu *Mz* i siły *Ty*. W efekcie wypadkowe naprężenia normalne to ściskanie, styczne ścinanie od pnia brzozy. Siła niszcząca pas wynosi około 22T, czyli dla zniszczenia przedniego dźwigara jest niezbędna siła około 42T.

- 4. Podczas niszczenia górnego pasa przedniego dźwigara, pokrycie górne traci stateczność na całej szerokości kesonu środkowego i w połowie szerokości kesonu tylnego. Najwcześniejsze ogniska wyboczenia mają miejsce w pobliżu pasów przedniego i środkowego dźwigara już przy sile 40T i kącie natarcia α=15 deg.
- 5. Zniszczenie dźwigara przedniego, przy wcześniejszej destrukcji noska profilu (keson przedni struktury), z pierwotnej struktury trójobwodowej pozostaje jednoobwodowa z odgałezieniami. Tworza ja keson tylny i elementy górnego (pofalowanego) i dolnego pokrycia kesonu środkowego. W stosunku do struktury wyjściowej mamy zmniejszenie sztywności zginania: w płaszczyźnie poziomej o 15%, w płaszczyźnie bocznej ponad 50% i spadek sztywności skręcania GJo o 50%. Również ma miejsce zmiana położenia (przemieszczenie do tyłu) środka sztywności przekroju, istotnie zwiększając moment skręcający.
- 6. Prawdopodobnie, pomiędzy dźwigarami 1 i 2 brzoza ulega ścięciu. Czyli część pnia z koroną oddziela się od pnia ukorzenionego w gruncie. Nie oznacza to jednak braku kontaktu z brzozą. Z geometrii zderzenia (Rys. 19) wynika, że ten kontakt istnieje w dolnej części profilu. I podczas ruchu samolotu, na drodze równej pozostałej części cięciwy skrzydła, jest bardziej intensywny. Oznacza to, w dalszym ciągu, działanie siły Pb na dolną powłokę pozostałej części siłowej struktury skrzydła.
- 7. Należy pamiętać, że na końcową część skrzydła (konsolę) cały czas działa układ obciążeń ciągłych (aerodynamicznych i masowych) jak przed zderzeniem. W konsekwencji, istniejący stan obciążeń spowoduje powstanie naprężeń niszczących pozostałą strukturę (tylny keson z wysięgnikami), w efekcie czego konstrukcja ulegnie złamaniu.

W zakończeniu należy stwierdzić, że przedstawione wyniki obliczeń zostały wykonane na podstawie przyjętych lub oszacowanych parametrach (aerodynamicznych, masowych, geometrycznych) skrzydła (samolotu). W szczególności dotyczy to geometrii elementów siłowych, które oszacowano na bazie specjalistycznej wiedzy eksperckiej z zakresu obciążeń, konstrukcji, wytrzymałości i danych statystycznych samolotów tej klasy.

Przedstawiona treść, sposób rozwiązania problemu, oparty na klasycznej statyce lotniczej, daje punkt odniesienia (startu) do analiz dynamicznych. Pierwszą weryfikacją przedstawionych rezultatów obliczeń będzie wykorzystanie rzeczywistych danych samolotu jako parametrów wejściowych w zaproponowanym modelu obliczeniowym.

Literatura cytowana

- [1] Пятин А. И., Динамика полета и пилотирование самолета Ту-154, Воздушный Транспорт, Москва 1994.
- [2] Bielajew N. M., *Wytrzymałość materiałów* (tłumaczenie z j. ros.), Wydawnictwo MON, Warszawa 1954.
- [3] Jakubowicz A., Orłoś Z., *Wytrzymałość materiałów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1968.
- [4] Гудков А. И., Лешаков П. С., Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов, Машиностоеие, Москва 1968.
- [5] Błaszczyk J., Konstrukcja samolotów. Cz. I. Obciążenia zewnętrzne, WAT, Warszawa 1984.
- [6] Brzoska Z., Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych, PWN, Warszawa 1961.
- [7] Cichowicz R., Obliczenia wytrzymałościowe elementów konstrukcji cienkościennych, WAT, Warszawa 1968.
- [8] Nowotarski I., *Wytrzymałość konstrukcji lotniczych*, WAT, Warszawa 1983.
- [9] Błaszczyk J., Wybrane problemy obciążeń samolotu patrolowego studia i analizy, WAT, Warszawa 2011.
- [10] Błaszczyk J., Analityczne wyznaczanie położenia środka sił poprzecznych konstrukcji wieloobwodowej na przykładzie struktury skrzydła samolotu "OSA" – modelowanie i analiza numeryczna. WAT, Warszawa 2011.
- [11] Błaszczyk J., Obliczenia i analiza obciążeń zewnętrznych samolotu EM-11 Orka, WAT. Warszawa 2004.
- [12] Астахов М. Ф., Справочная книга по расчету самолета на прочность, Оборонгиз, Москва 1954.
- [13] *Проектирование самолетов*, под редакцией С. М. Егера, Машиностоение, Москва 1983.
- [14] Danilecki St., Projektowanie samolotów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [15] PN-81/B-03150.1 Konstrukcje z drewna i materiałów drewnopochodnych. Obliczenia statyczne i wymiarowane. Materiały.
- [16] http://www.lech-bud.org/technologia/drewno